Lycée Pilote Gafsa	*Devoir de synthèse N°2*	$1S_{3\text{-}4\text{-}5\text{-}6}$
Le 12/03/2005		Durée 2h

Profs : H.Lamine & T.Besbes

Exercice N°1 : (7 points)

Résoudre dans IR :

1) $|2x-1| + |2-4x| = 0$.
2) $|x-1| - |1-2x| = 0$.
3) $(2x+1)(x+1) + 5x - 4 = 2(x+1)^2$.
4) $(3x-1)^2 = 3x - 1$.
5) $4x^3 - x = 4x^2 - 1$.
6) $27x^3 + 125 = 0$.
7) $\dfrac{x^2+x-2}{(x-1)(x+3)} = 1$.

Exercice N°2 : (7 points)

1) Déterminer la fonction affine f telle que $f(0) = 32$ et $f(100) = 212$.
2) En Angleterre, on mesure les températures en degrés Fahrenheit (notés °F).

On obtient la température T en °F à l'aide de la température t en °C par la formule $T = \frac{9}{5}t + 32$.

a) Les climatiseurs sont moins chers en Angleterre. J'en ai acheté un mais son programmateur n'est gradué qu'en °F.
A combien dois-je le régler pour avoir une température de 20 °C?

b) Mon ami anglais a une température de 104. Est ce qu'il est très malade ?

c) Comment la température en °C s'obtient-elle à partir de la température en °F ?

Exercice N°3 : (6 points)

ABC est un triangle quelconque, G est son centre de gravité et M est le milieu de [BC].
Δ est une droite quelconque passant par G, et A', B', C' sont les projetés orthogonaux des points A, B, C sur Δ. On se propose de calculer le vecteur : $\vec{v} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$.

I- Etude de quelques cas particuliers...

Dans chacun des cas suivants, on fera une figure différente.

1) ABC est un triangle isocèle en A et Δ passe par A. Calculer $\vec{v}$.
2) On suppose que Δ passe par A et que ABC n'est pas isocèle en A.
   a) Montrer que [BC] et [B'C'] ont même milieu.
   b) Montrer que $\vec{v} = \vec{0}$.
3) On suppose que Δ est parallèle à (BC). Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC) et soit M le milieu de [BC].
   a) Montrer que $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$.
   b) Montrer que $\dfrac{AA'}{AH} = \dfrac{AG}{AM}$.
   c) Montrer que $\vec{v} = \vec{0}$.

II- Cas général :

On fera une figure en prenant soin de ne pas se placer dans un des cas particuliers ci-dessus ! On note M' le projeté orthogonal du milieu M de [BC] sur Δ.

1) a) Montrer que $\vec{v} = \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}$.
   b) Montrer que $\overrightarrow{M'B'} + \overrightarrow{M'C'} = \vec{0}$. Déduire que $\vec{v} = 3\overrightarrow{GM'} + \overrightarrow{M'A'}$.
2) Montrer que $\vec{v} = \vec{0}$.